

الوحدة الثالثة - المعادلات ذات المتغيرين

الدرس الثالث :

المعادلة بصيغة $y = mx$

المعادلات بصيغة $y = mx$

سوف نتعلم اليوم :

• استخدام التغير الطردي لحل المسائل



• مقارنة التغيرات الطردية





التبرع مبلغ من المال يمكن أن يجمعه عصام من خلال تنظيم سباق الدراجات الهوائية الموضح في الجدول التالي.

وقت ركوب الدراجة x , (h)	الأموال المدفوعة (AED) , y
2	20
4	40
6	60

تذكر أنه عندما تكون نسبة كميتين متغيرتين ثابتة، توجد علاقة تناسبية. وتسمى هذه العلاقة **تغييرًا طرديًا**. وتسمى النسبة الثابتة **ثابت التغير** أو **ثابت التناسب**.

أكمل الخطوات التالية لإيجاد المعادلة الخاصة بالتغير الطردي.

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = m \quad \text{صيغة الميل}$$

$$\frac{y - 0}{x - 0} = m$$

$$(x_1, y_1) = (0, 0)$$

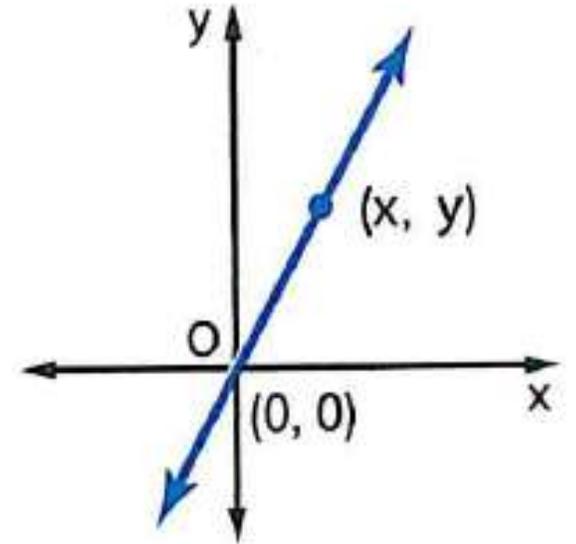
$$(x_2, y_2) = (x, y)$$

$$\frac{y}{x} = m$$

بسّط

$$y = mx$$

خاصية الضرب في المعادلة



1. استخدم الجدول لإيجاد معدل التغير. ثم اكتب المعادلة بالصيغة $y = mx$ لتمثيل الحالة.

1. استخدم الجدول لإيجاد معدل التغير. ثم اكتب المعادلة بالصيغة $y = mx$ لتمثيل الحالة.

الأموال المدفوعة (AED), y	وقت ركوب الدراجة x , (h)
20	2
40	4
60	6

Red arrows on the left indicate an increase of +2 in the x-values (2 to 4, 4 to 6). A blue arrow on the right indicates an increase of +20 in the y-values (20 to 40, 40 to 60).

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

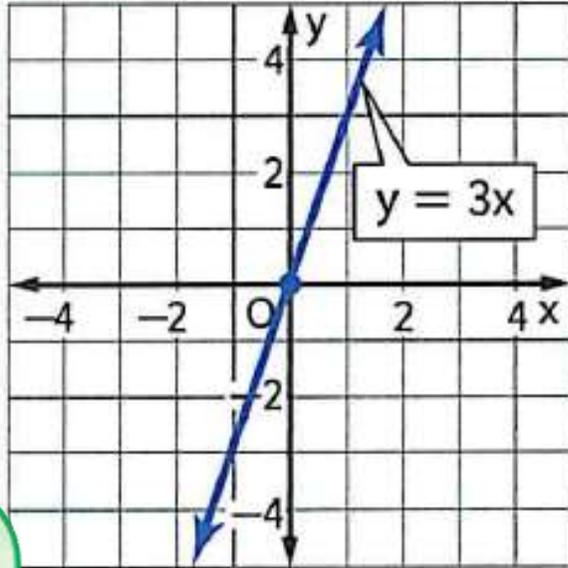
$$m = \frac{60 - 40}{6 - 4}$$

$$m = 10$$

$$y = 10x$$

المعادلة :

التمثيل البياني



العلاقة الخطية: تغير طردي عندما تكون نسبة y إلى x نسبة ثابتة m . نقول إن y تتناسب طرديًا مع x .

الشرح

$m = \frac{y}{x}$ أو $y = mx$ حيث m يكون ثابت التغير و $m \neq 0$

الرموز

$$y = 3x$$

مثال

$$y = mx$$

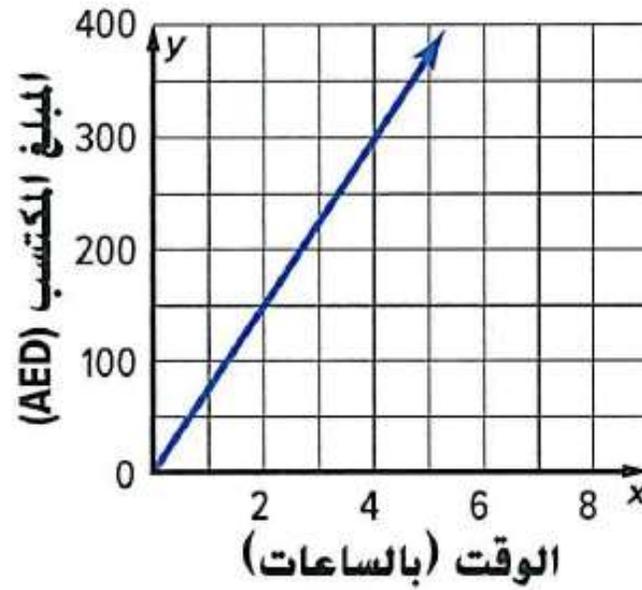
في معادلة التغير
الطردي $y = mx$

m تمثل ثابت التغير.

وثابت التناسب والميل.

ومعدل الوحدة.

ميل التمثيل البياني لـ $y = mx$ هو m . بما أن $(0, 0)$ يُعد أحد الحلول لـ $y = mx$ ، دائمًا ما يمر التمثيل البياني للتغير الطردي عبر نقطة الأصل.



1. يتغير مبلغ المال الذي تجنيه رضوى من عملها الإضافي في المكتبة العامة مباشرة مع الوقت كما هو موضح في التمثيل البياني. حدد المبلغ الذي تجنيه رضوى في الساعة الواحدة.

لتحديد المبلغ الذي تجنيه رضوى في كل ساعة، أو معدل الوحدة، اكتشف ثابت التغير.

استخدم النقاط (2, 150)، و(3, 225)، و(4, 300).

$$\frac{\text{المبلغ المكتسب}}{\text{الوقت}} \rightarrow \frac{150}{2} = \frac{75}{1} \quad \frac{225}{3} = \frac{75}{1} \quad \frac{300}{4} = \frac{75}{1}$$

إذاً، تكسب رضوى 75 AED في كل ساعة.

تأكد من فهمك أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

a. بعد دقيقتين من فتح لاعب القفز الحر مظلته، هبط 1900 مترًا وبعد 5 دقائق، هبط 4750 مترًا. إذا كانت المسافة تتغير طرديًا مع الوقت، فما هو معدل هبوط لاعب القفز الحر؟



$$\begin{array}{l} \text{المسافة} \rightarrow \frac{1900}{2} = 950 \\ \text{الزمن} \rightarrow \frac{4750}{5} = 950 \end{array}$$

معدل الهبوط هو 950 مترًا في الدقيقة

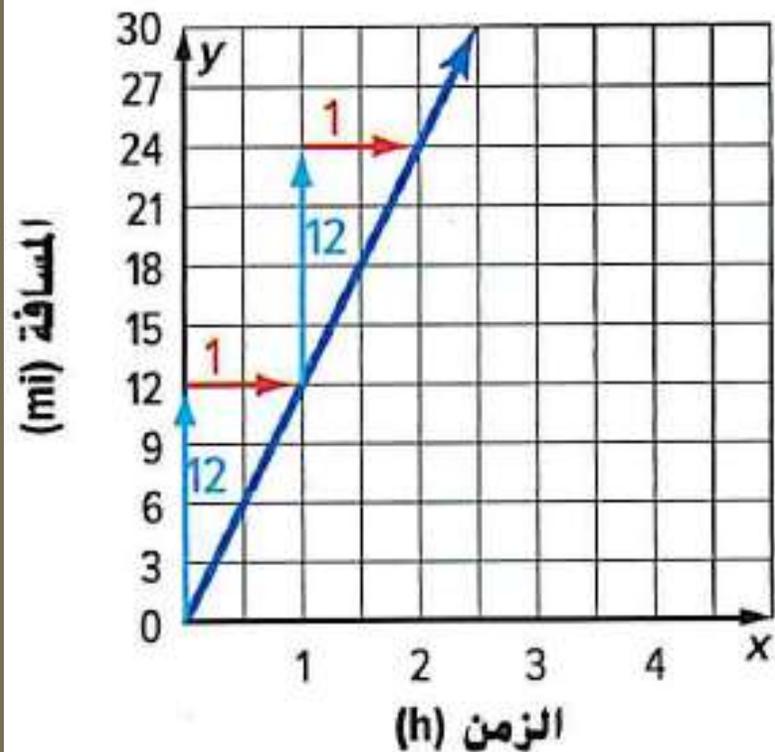


مثال

2.

يمكن لراكب الدراجة قطع 3 أميال في 0.25 من الساعة. افترض أن مسافة ركوب الدراجة بالميل y تتغير مباشرة مع الوقت بالساعة x . يمكن تمثيل هذه الحالة من خلال $y = 12x$. مثل المعادلة بيانياً. ما المسافة التي يمكن أن يقطعها راكب الدراجة في الساعة؟

أنشئ جدولاً من القيم. ثم مثل المعادلة بيانياً $y = 12x$. في معادلة التغير الطردي، m تمثل الميل. إذاً يكون ميل المستقيم هو $\frac{12}{1}$.



معدل الوحدة هو ميل الخط المستقيم. إذاً، يمكن لراكب الدراجة قطع 12 ميلاً في الساعة.

الساعات، x	$y = 12x$	الأميال، y
0	$y = 12(0)$	0
1	$y = 12(1)$	12
2	$y = 12(2)$	24

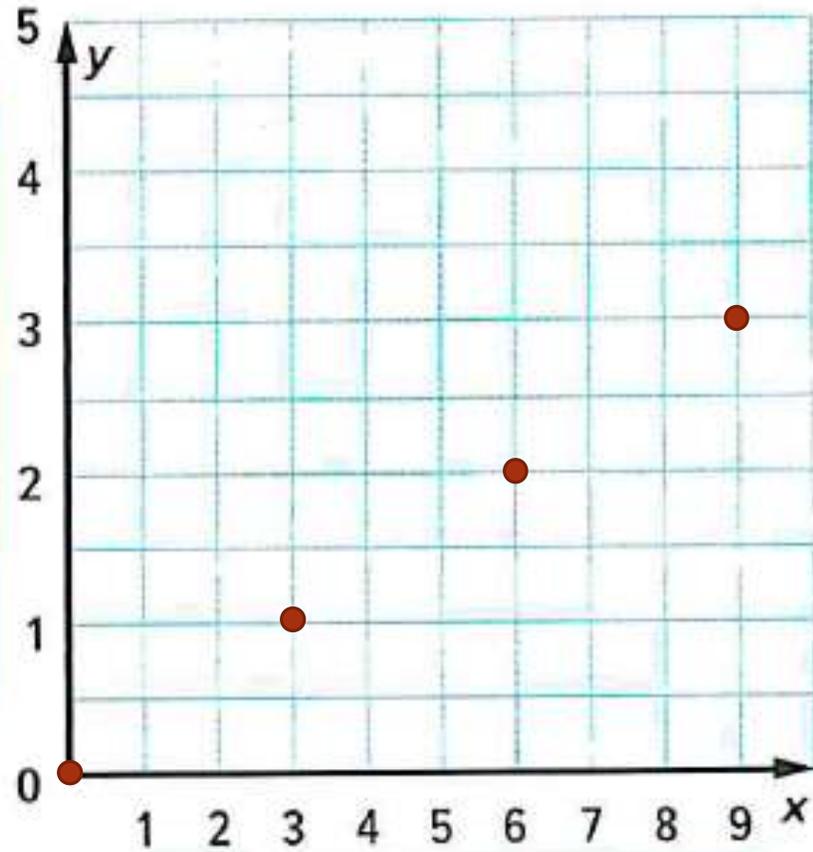
تأكد من فهمك أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

b. يبيع متجر بقالة 6 برتقالات بدرهمين. نفترض أن تكلفة البرتقال تتغير طرديًا مع عدد البرتقالات. يمكن تمثيل هذه الحالة من خلال $y = \frac{1}{3}x$. مثل المعادلة بيانًا. ما تكلفة كل برتقالة؟

الميل
 $m = \frac{1}{3}$

$$y = \frac{1}{3}x$$

m تمثل الميل في المعادلة



تكلفة البرتقالة
الواحدة
 $\frac{1}{3}$ درهمًا

عدد حبات البرتقال x	المعادلة $y = \frac{1}{3}x$	التكلفة y
0	$y = \frac{1}{3}(0)$	0
3	$y = \frac{1}{3}(3)$	1
6	$y = \frac{1}{3}(6)$	2
9	$y = \frac{1}{3}(9)$	3

عدد حبات البرتقال

التكلفة (AED)

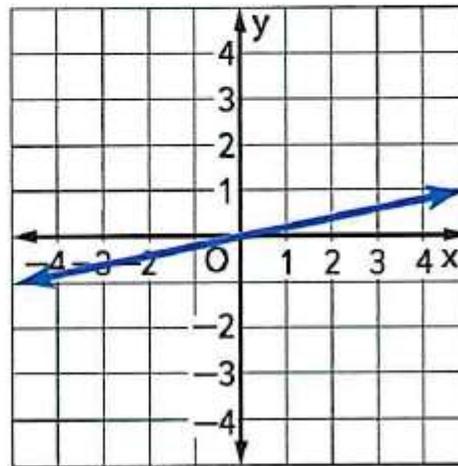
مقارنة التغيرات الطردية

يمكنك استخدام الجداول، أو التمثيلات البيانية، أو الكلمات، أو المعادلات لتمثيل علاقات التناسب ومقارنتها.

الجدول

x	15	20	25	30
y	3	4	5	6

التمثيل البياني



الشرح y تتغير طرديًا مع x

$$y = \frac{1}{5}x \text{ المعادلة}$$

عندما تتغير القيمة x بمقدار A ، ستتغير القيمة y بمقدار القيمة المتوافقة mA .

$$y = m x$$

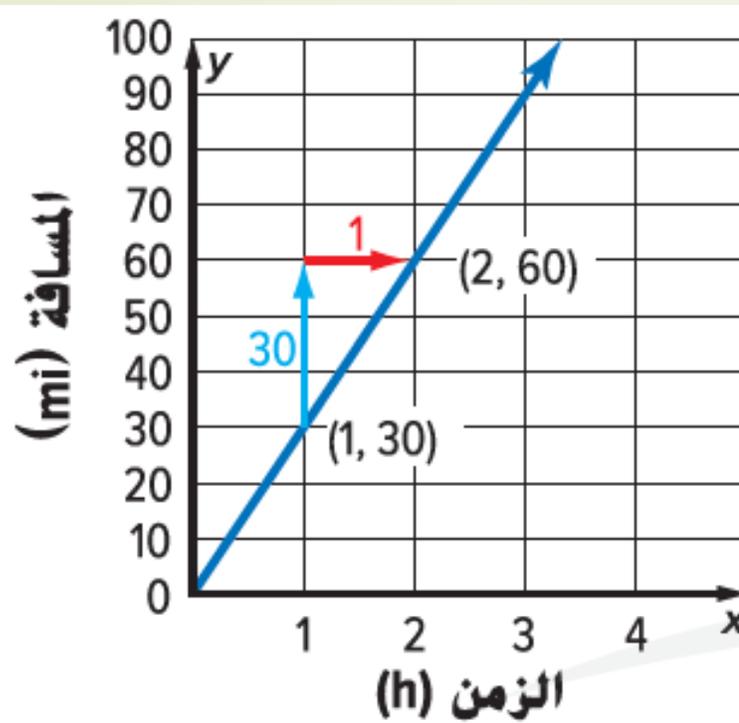
3. يمكن تمثيل المسافة y المقاسة بالأميال التي قطعها أرنب في غضون x ساعة بالمعادلة $y = 35x$. يتم توضيح المسافة التي قطعها الدب الأشهب على التمثيل البياني. أي الحيوانين أسرع؟ اشرح.



$$y = 35x \quad \text{الأرنب}$$

الميل أو معدل الوحدة هو 35 mi/h .

بما أن $35 > 30$ ، فإن الأرنب هو الحيوان الأسرع.



الدب الأشهب أوجد الميل في التمثيل البياني.

$$\frac{\text{الارتفاع}}{\text{الإمتداد}} = \frac{30}{1} = 30$$



تأكد من فهمك أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

c. **المعرفة المالية** تظهر أرباح زاهر لمدة أربعة أسابيع من وظيفة بدوام جزئي في الجدول. افترض أن هذه الأرباح تتغير طردياً مع عدد ساعات العمل.

وقت العمل (h)	15	12	22	9
إجمالي الدفع (AED)	1125.0	900.0	1650.0	675

يمكنه العمل بوظيفة ستدفع له 73 AED في الساعة. أي الوظائف راتبها أفضل له؟ اشرح.

المعدل : 73

الوظيفة الجديدة **73** درهم في الساعة

$$73 < 75$$

العلاقة تغير طردي أي أن النسبة $\frac{y}{x}$ ثابتة

$$\frac{1125.0}{15} = 75$$

وظيفة بدوام جزئي **75** درهم في الساعة

الوظيفة بدوام جزئي راتبها هي الأفضل

كتابة معادلة التغير الطردي

مثال

4. غالبًا ما يعادل عمر الكلب الذي يبلغ 3 أعوام عمر الإنسان البالغ 21 عامًا. نفترض أن العمر المكافئ بعمر الإنسان y يختلف طرديًا مع عمر الكلب x . اكتب معادلة التغير الطردي وحلها لإيجاد عمر الإنسان المكافئ لكلب يبلغ عمره 6 أعوام.

$$y = mx$$

التغير الطردي

$$21 = m(3)$$

$$y = 21, x = 3$$

$$7 = m$$

بسّط

$$y = 7x$$

استبدل m

$$y = 7$$

اكتب المعادلة

$$y = 7(6)$$

$$x = 6$$

$$y = 42$$

بسّط

لنفترض أن x تمثل العمر الفعلي للكلب وأن y تمثل العمر المكافئ للإنسان.

تريد التعرف على عمر الانسان المكافئ لعمر الكلب أو قيمة y عندما يصبح عمر الكلب 6 أعوام.

إذًا، عندما يكون عمر الكلب 6 أعوام، يكون العمر المكافئ للإنسان 42 عامًا.

تأكد من فهمك أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

x y

d. تسافر حافلة أجرة لمسافة 210 كيلومتر في $3\frac{1}{2}$ ساعة. افترض أن المسافة التي يتم قطعها تتناسب طردياً مع الوقت المستغرق. اكتب معادلة التغير الطردي وحلها لمعرفة ما تقطعه الحافلة في 6 ساعات.



معدل التغير الطردي (الميل)

المسافة في 6 ساعات

$$y = 60 \times (6)$$

$$y = 360$$

$$\frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}} = \frac{210}{3\frac{1}{2}} = 60$$

المعادلة : $y = 60x$

تقطع الحافلة 360 km في 6 ساعات

تأكد من فهمك أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

e. يمكن أن تطير فراشة الملك 93 ميلاً في 15 ساعة. نفترض أن المسافة التي تقطعها تتناسب طردياً مع الوقت المستغرق في الطيران. اكتب معادلة التغير الطردي وحلها للتعرف على ما تقطعه فراشة الملك في 24 ساعة.

معدل التغير الطردي (الميل)

المسافة في 24 ساعات

$$y = 6.2 \times (24)$$

$$y = 148.8$$

$$\frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}} = \frac{93}{15} = 6.2$$

$$\text{المعادلة: } y = 6.2x$$

تقطع فراشة الملك 148.8 mi في 24 ساعة



1. يمكن أن تطبع طابعة ألوان 36 صفحة في 3 دقائق و108 صفحة في 9 دقائق. إذا كان عدد الصفحات يتغير طرديًا مع الوقت، فما معدل الطباعة لطابعة الألوان؟ (مثال 1)



$$\begin{array}{l} \text{عدد الصفحات} \rightarrow \\ \text{الزمن} \rightarrow \end{array} \quad \frac{36}{3} = 12$$

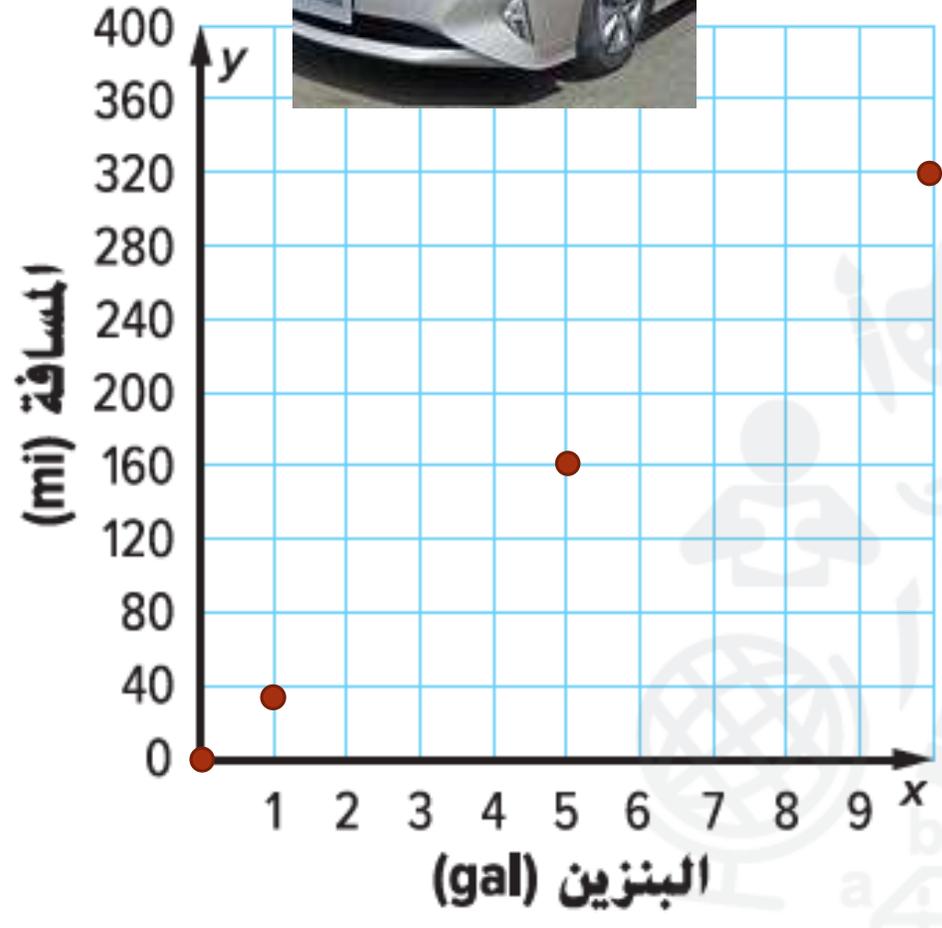
$$\frac{108}{9} = 12$$

معدل الطباعة هو 12 صفحة في الدقيقة

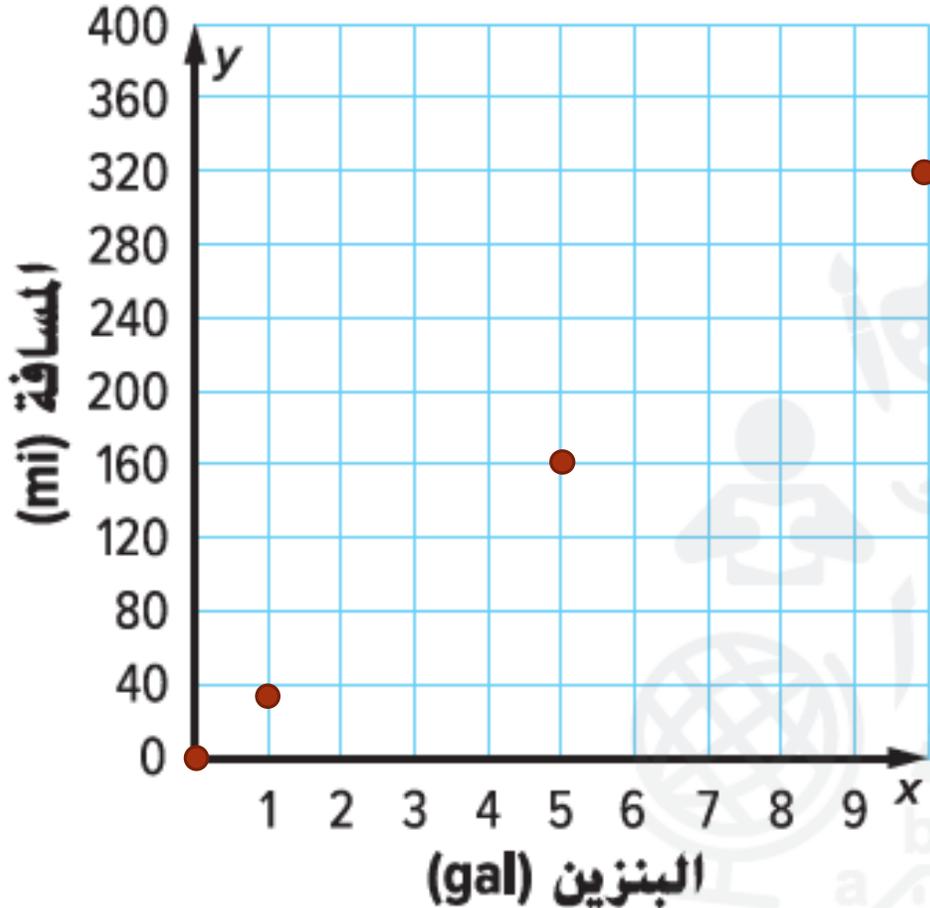


2. يمكن أن تسير سيارة صغيرة جديدة مسافة قدرها 288 ميلاً باستخدام تسعة جالونات من البنزين. تتغير المسافة التي يتم قيادتها y طردياً مع عدد جالونات البنزين x . يمكن تمثيل الحالة من خلال المعادلة $y = 32x$. (المثالان 2 و3)

a. مثل المعادلة على المستوى الإحداثي الموضح.



عدد الجالونات x	المعادلة $y = 32x$	المسافة y
0	$y = 32(0)$	0
1	$y = 32(1)$	32
5	$y = 32(5)$	160
10	$y = 32(10)$	320



2. يمكن أن تسير سيارة صغيرة جديدة مسافة قدرها 288 ميلاً باستخدام تسعة جالونات من البنزين. تتغير المسافة التي يتم قيادتها y طردياً مع جالونات البنزين x . يمكن تمثيل الحالة من خلال المعادلة $y = 32x$. (المثالان 2 و 3)

a. مثل المعادلة على المستوى الإحداثي الموضح.

b. ما عدد الأميال التي تقطعها السيارة لكل جالون؟

تقطع السيارة الصغيرة مسافة 32 ميل في الجالون الواحد

c. يمكن تمثيل المسافة y التي تقطعها سيارة هجينة باستخدام x من جالونات البنزين باستخدام $y = 42x$. أي السيارتين توفر في البنزين مقارنة بعدد الأميال؟ اشرح.

تقطع السيارة الهجينة مسافة 42 ميل في الجالون الواحد

السيارة الهجينة أوفر في البنزين

3. **المعرفة المالية** يظهر الدخل الحالي لمي في الجدول. عُرض عليها وظيفة جديدة وستدفع لها 72 AED في الساعة. افترض أن دخلها يتغير طرديًا مع عدد ساعات العمل. أي الوظائف راتبها أكبر في الساعة؟ (مثال 3)

الساعات، x	المبلغ المكتسب y .(AED)
2	130.0
3	195.0
4	260.0
5	325.0

العلاقة تغير طردي أي أن النسبة $\frac{y}{x}$ ثابتة

$$\frac{130.0}{2} = 65$$

الوظيفة الأساسية **65** درهم في الساعة

الوظيفة الجديدة **72** درهم في الساعة

65 < 72 الوظيفة الجديدة راتبها أفضل

4. يختلف ارتفاع شاشة التلفاز ذي الشاشة العريضة طرديًا مع عرضها. شاشة تلفاز بعرض 60 سنتيمترًا وارتفاع 33.75 سنتيمترًا. اكتب معادلة التغير الطردي وحلها لإيجاد ارتفاع شاشة التلفاز بعرض 90 سنتيمترًا. (مثال 4)



إيجاد الارتفاع

$$y = \frac{9}{16} \times (90)$$

$$y = 50.625$$

الارتفاع	$\frac{33.75}{60} = \frac{9}{16}$
العرض	

$$= 0.5625$$

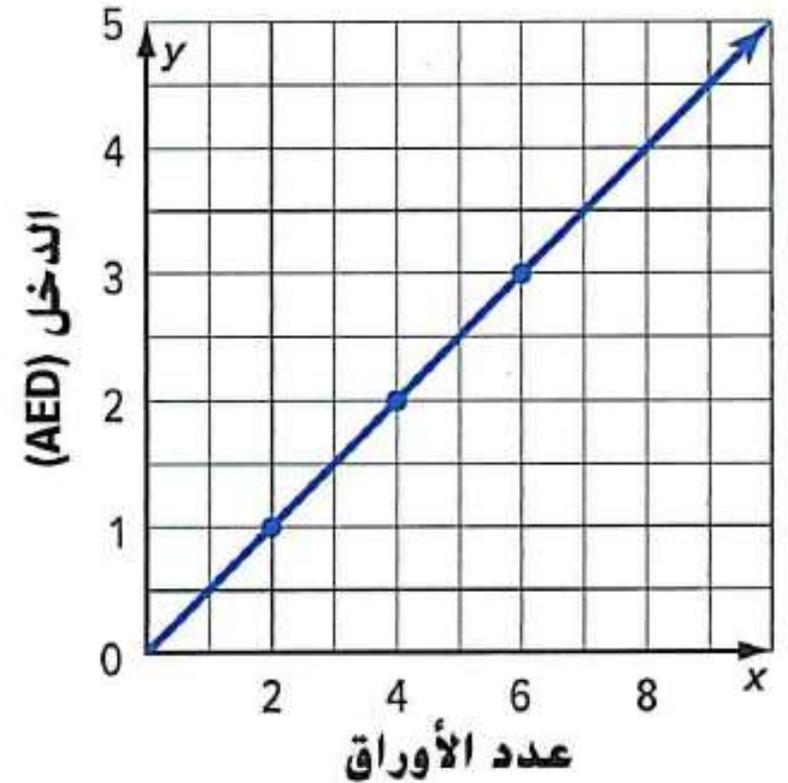
المعادلة : $y = \frac{9}{16}x$

يبلغ ارتفاع شاشة التلفاز 50.625 سنتيمتر بعرض 90 سنتيمتر

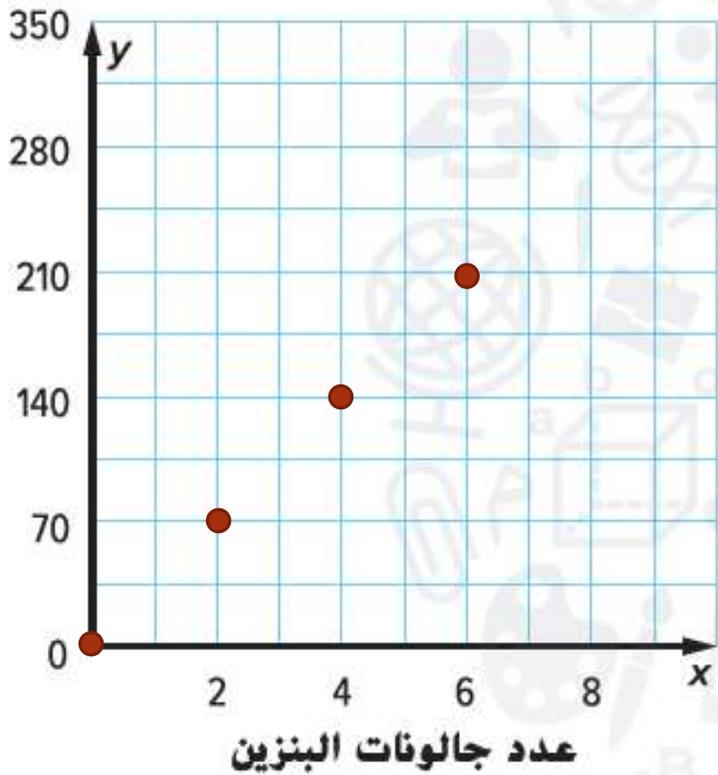
1. يتغير دخل المندوب تامر طرديًا مع عدد الأوراق التي يُسلمها. تظهر العلاقة في الجدول التالي. حدد المبلغ الذي يحصل عليه تامر لكل ورقة يُسلمها. (مثال 1)

$$\frac{\text{الدخل (AED)}}{\text{عدد الأوراق}} = \frac{1}{2} = 0.5$$

يحصل تامر على 0.5 AED لكل ورقة يسلمها



المسافة المقطوعة



المعادلة : $y = 35x$

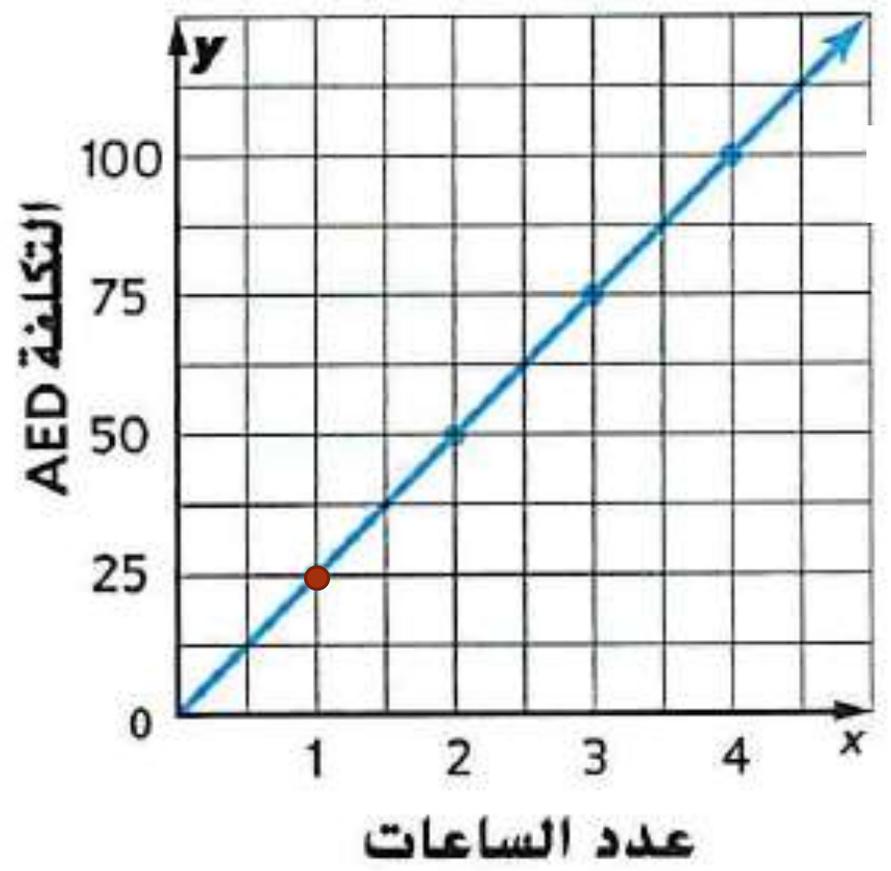
تقطع السيارة 35 ميل في الجالون الواحد

2. يشتري حسين سيارة يمكنها قطع 70 ميلاً باستخدام جالونين من البنزين. افترض أن المسافة المقطوعة بالأميال y تتغير طردياً مع مقدار البنزين المستخدم x . يمكن تمثيل ذلك من خلال $y = 35x$. مثل المعادلة بياناً على مستوى الإحداثي. كم عدد الأميال التي تقطعها السيارة لكل جالون من البنزين (مثال 2)

عدد الجالونات x	المعادلة $y = 35x$	المسافة y
0	$y = 35(0)$	0
2	$y = 35(2)$	70
4	$y = 35(4)$	140
6	$y = 35(6)$	210

تمارين ذاتية

3. يقارن أنس بين أسعار شركات إصلاح الحواسيب. تظهر التكلفة y لشركة المستقبل x من الساعات على التمثيل البياني. يمكن تمثيل التكلفة لشركة الأمانة باستخدام المعادلة $y = 23.5x$. أي سعر شركة حواسيب هو الأقل؟ اشرح. (مثال 3)



شركة المستقبل

$$\frac{\text{التكلفة (AED)}}{\text{عدد الساعات}} = \frac{25}{1} = 25$$

المعدل 25 درهم في الساعة

شركة الأمانة

$$y = 23.5x$$

المعدل 23.5 درهم في الساعة

سعر إصلاح الحواسيب في شركة الأمانة هو الأقل

4. وزن جسم ما على كوكب المريخ يتغير طرديًا مع وزنه على كوكب الأرض. الجسم الذي يزن 50 رطلاً على كوكب المريخ يزن 150 رطلاً على كوكب الأرض. إذا كان أحد الأجسام يزن 120 رطلاً على كوكب الأرض، اكتب معادلة التغير الطردي وحلها لإيجاد ما يزنه الجسم على سطح كوكب المريخ. (مثال 4)



$$\frac{\text{المريخ } y}{\text{الأرض } x} = \frac{50}{150} = \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{1}{3}x \quad \text{المعادلة :}$$

$$y = \frac{1}{3}(120)$$

$$y = 40$$

إذا كان وزن جسم 120 رطلاً على كوكب الأرض فإن وزنه على كوكب المريخ 40 رطلاً

حدد ما إذا كانت كل دالة خطية هي علاقة تغير طردي. إذا كانت كذلك، فحدد ثابت التغير. وإن لم تكن كذلك، فاشرح السبب.

5.

الصور، x	5	6	7	8
الربح، y	20	24	28	32

$$\frac{y \text{ الربح}}{x \text{ الصور}} = \frac{20}{5} = 4 \quad \frac{24}{6} = 4$$

$$\frac{28}{7} = 4 \quad \frac{32}{8} = 4$$

توجد علاقة تغير طردي

معدل التغير الطردي 4 ربح لكل صورة

6.

العمر، x	10	11	12	13
الصف، y	5	6	7	8

$$\frac{y \text{ الصف}}{x \text{ العمر}} = \frac{5}{10} = 0.5$$

$$\frac{6}{11} = 0.\overline{54}$$

لا توجد علاقة تغير طردي